

Для формулирования принципа возможных перемещений, определяющего условия равновесия механической системы, требуется ввести понятие возможного, или виртуального, перемещения. Для одной точки возможным перемещением называется такое бесконечно малое (элементарное) мысленное перемещение, которое допускается в рассматриваемый момент времени наложенными на точку связями. Для возможного перемещения не требуется времени на его совершение. Это мысленное перемещение, которое могла бы совершить точка при наложенных на нее связях в рассматриваемый момент времени. В отличие от элементарного (бесконечно малого) действительного перемещения точки $d\vec{r}$, которое совершает точка за время dt под действием приложенных сил при заданных начальных условиях и наложенных связях возможное перемещение $\delta\vec{r}$ определяется только связями в данный момент. Проекция возможного перемещения $\delta\vec{r}$ на оси координат, или вариации координат, обозначают δx , δy , δz , а проекции элементарного действительного перемещения на оси координат, или дифференциалы координат при изменении времени на dt , обозначают dx , dy , dz .

Если связью для точки является, например, движущаяся поверхность, уравнение которой $f(x, y, z, t) = 0$, то действительное перемещение точки $d\vec{r}$ за время dt является в общем случае векторной суммой перемещений по поверхности и вместе с поверхностью. Все возможные перемещения точки $\delta\vec{r}$ в данный момент времени t расположатся на поверхности в положении, которое она занимает в рассматриваемый момент времени. Действительное перемещение при заданных начальных условиях и силах, которое точка может совершить от момента времени t до момента $t+dt$, только одно. Возможных перемещений у точки в момент времени t бесконечно много. Все они допускаются связью (поверхностью) и как отрезки бесконечно малой длины расположатся в касательной плоскости к поверхности в точке, в которой находится рассматриваемая точка в данный момент времени.

Возможное перемещение $\delta\vec{r}$, как и действительное $d\vec{r}$, является вектором и потому всегда изображается направленным прямолинейным отрезком. Очевидно, что элементарное действительное перемещение точки принадлежит к числу возможных, если связь стационарна, т. е. действительное перемещение не содержит перемещения вместе со связью.

Возможное перемещение точки $\delta\vec{r}$ считают *изохронной вариацией* радиуса-вектора, т. е. его полным дифференциалом, но при фиксированном времени, когда изменяются (варьируются) только координаты точки. Соответственно δx , δy , δz — *изохронные вариации координат точки*, допускаемые свя-

384

зями. Действительное перемещение $d\vec{r}$ является полным дифференциалом радиуса-вектора, который определяется по изменению координат точки в зависимости от изменения времени; dx , dy , dz — полные дифференциалы координат точки при изменении независимого переменного t на величину dt .

Возможным перемещением системы называют любую совокупность возможных перемещений точек системы. В общем случае система может иметь несколько и даже бесконечно много возможных перемещений. Вследствие уравнений связей, наложенных на систему, не все возможные перемещения являются независимыми. Число независимых возможных перемещений называют *числом степеней свободы системы*.

Свободная точка имеет три степени свободы. В этом случае возможные перемещения (вариации) δx , δy , δz (или выраженные через вариации каких-либо других координат) являются независимыми. Если точка движется по поверхности $f(x, y, z, t) = 0$, то δx , δy , δz связаны соотношением

$$\delta f = \frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f}{\partial z} \delta z = 0, \quad (3)$$

которое получают разложением в степенной ряд функции $f(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z, t) = 0$ при пренебрежении слагаемыми второго и более высокого порядка по отношению к δx , δy , δz . Независимых вариаций координат, а следовательно, и степеней свободы будет две. Время при этом не варьируется, оно фиксировано. Связь между вариациями координат не зависит от того, входит время явно в уравнения связей или нет. Проекция на оси координат действительного перемещения точки dx , dy , dz , если связь выражается уравнением $f(x, y, z, t) = 0$, в отличие от возможных определяется зависимостью

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \frac{\partial f}{\partial t} dt = 0, \quad (4)$$

которая тоже получается разложением в степенной ряд функции $f(x+dx, y+dy, z+dz, t+dt) = 0$ и отбрасыванием слагаемых второй и более высоких степеней величин dx , dy , dz , dt . Если точка движется по кривой линии, то степеней свободы у нее будет только одна, так как кривую линию можно представить как пересечение двух поверхностей.